

**Recommandations :**

- Ce problème comporte trois parties largement indépendantes. Il est cependant conseillé de les traiter dans l'ordre proposé et de lire la totalité du sujet avant de composer.
- Les réponses à chaque question devront être encadrées ou soulignées afin qu'elles apparaissent clairement.
- Chaque question devra être clairement repérée par son numéro (par exemple B.2.1).
- Il sera tenu compte de la qualité de présentation de la copie.

**Etude d'une étuve thermique**

*Note : certaines données techniques ont été aimablement fournies par la société France étuves (www.france-etuves.com).*

L'objet de ce problème est l'étude d'une étuve thermique permettant un réglage de température (de la température ambiante jusqu'à 200 °C). Le schéma de principe est présenté sur la figure 1 suivante :

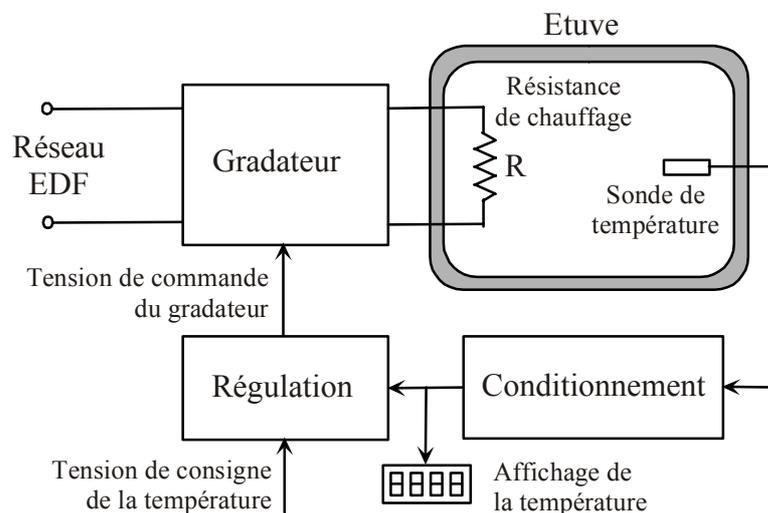


Figure 1 : schéma de principe de l'étuve

Une résistance électrique assure le chauffage à l'intérieur de l'étuve, un gradateur permettant de moduler la puissance dissipée par cette résistance. Un capteur de température, plus précisément une sonde au platine Pt100, mesure la température dans l'étuve. Un conditionneur assure la mise à niveau du signal de mesure pour être ensuite exploité par le régulateur.

**Notation :**

- $\theta$  : température dans l'étuve
- $\theta_a$  : température ambiante à l'extérieur de l'étuve, égale à 25 °C.
- $v(t)$  : tension réseau

$$v(t) = V_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \text{ avec } V_m = 230 \cdot \sqrt{2} \text{ V et } \omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T_0} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ rd.s}^{-1}$$

$V_{\text{eff}}$  est la valeur efficace de la tension réseau.

- $R$  : résistance de chauffage, avec  $R = 14 \text{ } \Omega$
- $u_e$  : tension de consigne de la température
- $u_c$  : tension de commande du gradateur

## Partie A : Etude du gradateur.

### A.1. Gradateur à angle de phase.

Ce gradateur est constitué de deux thyristors supposés idéaux (circuit ouvert à l'état bloqué et court-circuit à l'état passant). Le schéma est donné figure 2 :

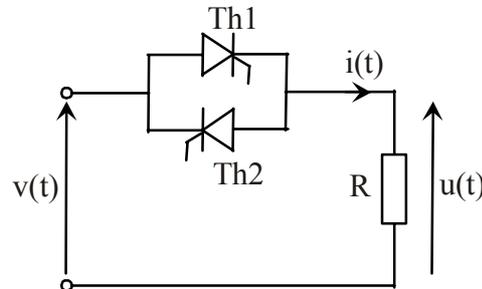


Figure 2 : le gradateur

Les thyristors sont amorcés avec un retard angulaire  $\psi$  par rapport aux passages par 0 de la tension réseau  $v(t)$ .

- A.1.1.** On considère le dipôle constitué par la résistance de charge. Donner la définition générale de la puissance instantanée, notée  $p(t)$ , dans ce dipôle en fonction de la tension et du courant, ainsi que la définition de la puissance moyenne, notée  $P$ .
- A.1.2.** Donner sur le document réponse n°1 les intervalles de conduction des deux thyristors pour un angle d'amorçage  $\psi$  égal à  $90^\circ$ .
- A.1.3.** Tracer alors sur le même document réponse n°1 la forme de la tension  $u(t)$  en précisant quelques points particuliers sur les axes.
- A.1.4.** Calculer la valeur moyenne de la tension  $u(t)$ , notée  $U_{\text{moy}}$ .
- A.1.5.** Calculer, en fonction de  $V_{\text{eff}}$  et  $\psi$  la valeur efficace de la tension  $u(t)$ , notée  $U_{\text{eff}}$ .
- A.1.6.** Calculer, en fonction de  $V_{\text{eff}}$ ,  $R$  et  $\psi$  la puissance moyenne dissipée dans la résistance de chauffage, notée  $P$ .
- A.1.7.** Calculer, en fonction de  $V_{\text{eff}}$ ,  $R$  et  $\psi$  la puissance active fournie par le réseau, notée  $P_a$ .  
*Application numérique :  $\psi = 90^\circ$ .*
- A.1.8.** Donner l'expression de la valeur efficace du courant réseau, notée  $I_{\text{eff}}$ , en fonction de  $V_{\text{eff}}$ ,  $R$  et  $\psi$ .
- A.1.9.** Exprimer la puissance apparente, notée  $S$ , fournie par le réseau.
- A.1.10.** En déduire le facteur de puissance de cette installation, notée  $f_p$ , en fonction de  $\psi$ .  
*Application numérique :  $\psi = 90^\circ$ .*

**A.1.11.** La ligne d'alimentation peut être modélisée par une inductance en série avec une résistance. Quel est donc le principal problème de ce gradateur à angle de phase ?

## **A.2. Gradateur à trains d'ondes entières.**

Les deux thyristors sont remplacés par un relais statique, dont la documentation est fournie en annexe. Ce gradateur permet de moduler la puissance dissipée dans la charge par l'intermédiaire d'un nombre entier de périodes du réseau séparées par des absences totales de tension.

On appelle  $\alpha.T_c$  la durée de fermeture du relais statique,  $T_c$  étant la période des trains d'ondes envoyés à la résistance de chauffage.  $\alpha$ , appelé rapport cyclique, varie entre 0 et 1.

$u(t)$  est la tension aux bornes de la résistance  $R$ ,  $i(t)$  le courant dans cette résistance et  $v(t)$  la tension réseau définie dans le paragraphe précédent.

**A.2.1.** Donner le schéma de câblage de ce gradateur.

**A.2.2.** L'entrée de commande est-elle compatible avec une entrée logique en technologie TTL ? Justifier votre réponse par l'intermédiaire d'une caractéristique lue dans la documentation technique du relais statique.

**A.2.3.** Donner sur le document réponse n°2 le graphe de la tension  $u(t)$  pour  $T_c = 0,3$  s et  $\alpha = 0,4$ .

**A.2.4.** Déterminer la puissance moyenne  $P$  (sur une période  $T_c$ ) dissipée dans la charge en fonction de  $V_{\text{eff}}$ ,  $R$  et  $\alpha$ .

**A.2.5.** Déterminer le facteur de puissance  $f_p$  de l'installation en fonction de  $\alpha$ .

**A.2.6.** Les problèmes cités dans la question A.1.11 sont-ils toujours présents ? Justifier votre réponse.

*Note : ce mode de commande du gradateur introduit une ondulation périodique de la température. La valeur de  $T_c$  est alors choisie de telle façon que cette ondulation soit faible, la température  $\theta$  étant alors la valeur moyenne sur une période  $T_c$ . La puissance dissipée par effet Joule dans la résistance est ainsi la puissance moyenne calculée à la question A.2.4. De plus, pour des raisons de simplification, on considèrera dans la suite du problème que l'évolution du rapport cyclique est continue (l'effet de la quantification apportée par le relais statique ne sera pas pris en compte).*

## **Partie B : Mesure de la température.**

### **B.1. Etude du capteur.**

La mesure de la température dans l'étuve est effectuée par l'intermédiaire d'une sonde au platine Pt100. La relation entre la résistance de cette sonde et la température est :

$$R(\theta) = R_0 \cdot (1 + a \cdot \theta + b \cdot \theta^2)$$

avec  $R_0 = 100 \Omega$ ,  $a = 3,92 \cdot 10^{-3}$  et  $b = -5,8 \cdot 10^{-7}$   $\theta$  étant la température en  $^{\circ}\text{C}$ .

**B.1.1.** Calculer la valeur de la résistance pour  $\theta$  égale à  $0^{\circ}\text{C}$ , puis  $200^{\circ}\text{C}$ .

**B.1.2.** Que veut dire le sigle Pt100 ?

**B.2. Etude du conditionneur.**

Le conditionneur a pour rôle de transformer les variations de la résistance de la sonde de température en variations de tension. Il est réalisé par un montage à amplificateurs opérationnels (figure 3) :

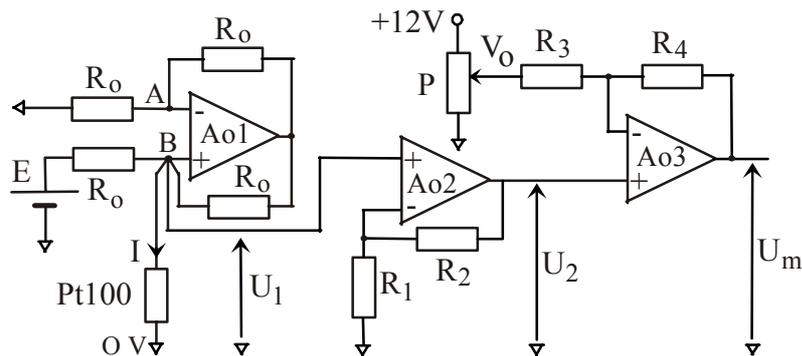


Figure 3 : le conditionneur.

Les amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux. Le montage formé par l'amplificateur opérationnel n°1 fonctionne dans un domaine linéaire.

**B.2.1.** Déterminer l'expression du courant  $I$  dans la sonde Pt100 en fonction de  $E$  et  $R_0$ . On pourra pour cela calculer la tension au point A en fonction de la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel, puis appliquer la loi des nœuds au point B.

**B.2.2.** Quelle est la fonction réalisée par cette partie du montage ?

**B.2.3.** Exprimer la relation entre les tensions  $U_2$  et  $U_1$ .

**B.2.4.** Calculer la tension de mesure  $U_m$  en fonction de  $U_2$ ,  $V_0$ ,  $R_3$  et  $R_4$ ,  $V_0$  étant la tension entre le curseur du potentiomètre P et la masse.

**B.2.5.** En déduire alors l'expression de la tension  $U_m$  en fonction de  $R(\theta)$ ,  $E$ ,  $V_0$  et des différentes résistances du montage.

**B.2.6.** On a  $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$   $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$   $R_2 = 56 \text{ k}\Omega$   $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$   $R_4 = 15 \text{ k}\Omega$   
Calculer les tensions  $E$  et  $V_0$  permettant d'obtenir une tension de mesure  $U_m$  nulle pour  $0^{\circ}\text{C}$  et égale à  $5 \text{ V}$  pour  $200^{\circ}\text{C}$ .

*Note : le résultat établi à la question B.2.6 sera utilisé dans la suite du problème.*

### B.3. Affichage de la température.

On utilise pour cela le circuit ICL7136 d'Intersil, dont le schéma de principe est le suivant (figure 4) :

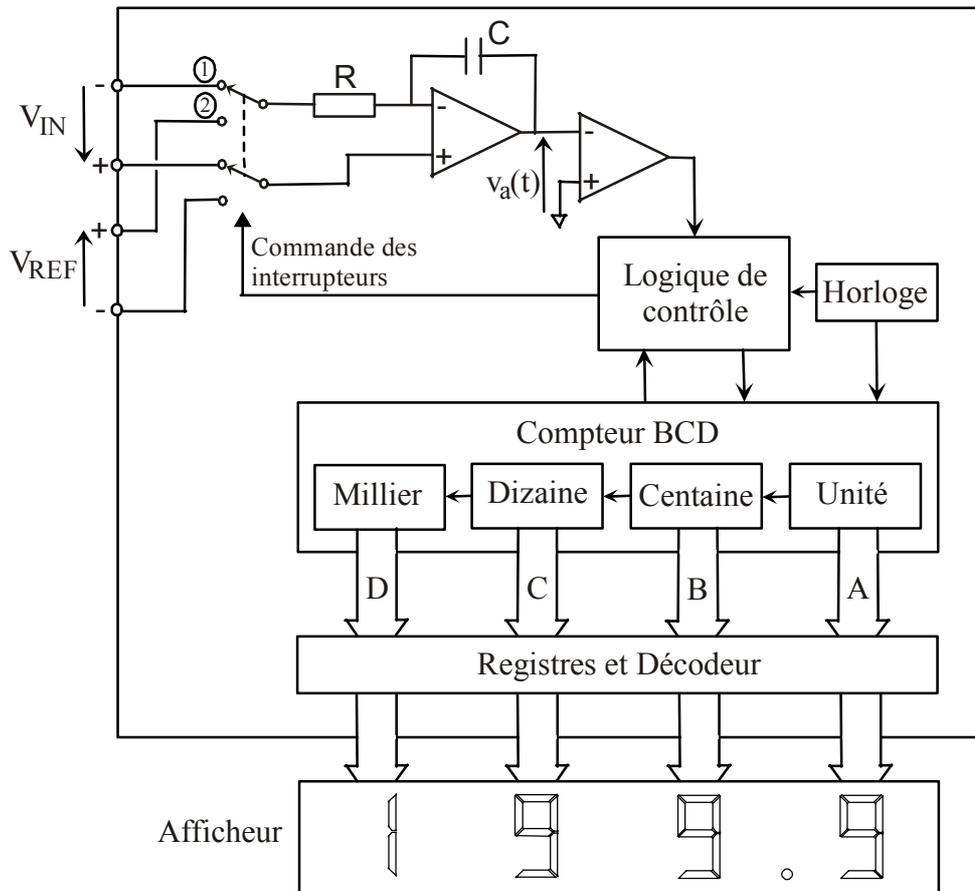


Figure 4 : Schéma de principe du convertisseur analogique-numérique

Ce circuit assure la fonction de conversion analogique-numérique, mais permet aussi de piloter directement un afficheur 3 digits  $\frac{1}{2}$ , ce qui permettra l'affichage d'une température de  $0^{\circ}\text{C}$  à  $199,9^{\circ}\text{C}$ , le point sur l'afficheur étant fixe.

Le fonctionnement comporte deux phases. A  $t = 0$ , le condensateur C étant déchargé et le compteur mis à zéro, les interrupteurs sont placés en position 1. Cette phase dure pendant 1000 coups d'horloge, ce qui permet à la tension  $v_a(t)$  d'atteindre une valeur que l'on notera  $V_{\max}$ . Les interrupteurs sont ensuite placés en position 2 et le compteur est remis à zéro. Le comptage durant cette deuxième phase s'arrête lorsque la tension  $v_a(t)$  passe par zéro. La valeur du compteur est alors stockée dans les registres pour ensuite apparaître sur l'afficheur.

On appelle  $t_{\text{CK}}$  la période d'horloge.

**B.3.1.** De combien de bits sont formés les bus A, B et C ? Indiquer les valeurs minimale et maximale vues sur ces trois bus, et donner les valeurs binaires correspondantes.

**B.3.2.** En considérant une tension  $V_{\text{IN}}$  positive et constante, donner l'expression de la tension  $v_a(t)$  durant la première phase.

**B.3.3.** Déterminer  $V_{\max}$  en fonction de  $V_{\text{IN}}$ ,  $t_{\text{CK}}$ , R et C.

- B.3.4.** Tracer sur le document réponse n°3 l'évolution de la tension  $v_a(t)$  durant les deux phases de fonctionnement de ce convertisseur, avec  $V_{IN} = \frac{V_{REF}}{2}$ .
- B.3.5.** On appelle N la valeur décimale correspondante au résultat de la conversion. Déterminer l'expression de N en fonction de  $V_{IN}$  et  $V_{REF}$ .
- B.3.6** La tension  $V_{IN}$  étant égale à la tension de mesure  $U_m$  (sortie du conditionneur), calculer la tension  $V_{REF}$  permettant d'obtenir un affichage direct de la température en °C, avec une résolution de 0,1 °C.

## Partie C : Régulation de température.

Le régulateur a pour objectif de générer la tension de commande du gradateur en fonction de l'écart entre la tension de consigne et la tension de mesure.

### C.1. Modélisation.

L'objectif des questions suivantes est de déterminer un modèle simple de l'étuve.

*Note : cette partie du problème nécessite quelques résultats établis dans les questions précédentes.*

On considère que l'énergie fournie par effet joule à l'étuve par la résistance de chauffage est d'une part accumulée dans l'étuve et d'autre part transférée au milieu ambiant. Ces pertes seront modélisées par l'intermédiaire d'une résistance thermique notée  $R_{th}$ . On rappelle que les pertes thermiques sont égales au rapport entre la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur de l'étuve et la résistance thermique.

On admet alors l'équation différentielle suivante :

$$\tau \frac{d\theta(t)}{dt} + \theta(t) = R_{th} \cdot P(t) + \theta_a(t)$$

$P(t)$  étant la puissance dissipée dans la résistance et  $\tau$  la constante de temps thermique de l'étuve.

- C.1.1.** Donner l'équation différentielle liant la température  $\theta(t)$  et le rapport cyclique  $\alpha(t)$ , sans oublier la température ambiante.

**C.1.2.** Le signal de commande du relais statique est construit par l'intermédiaire du montage suivant (figure 5) :

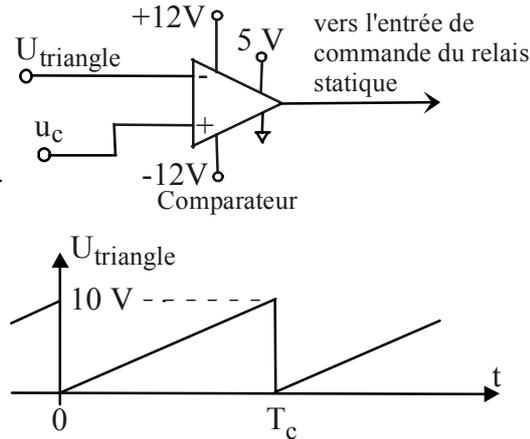


Figure 5 : pilotage du relais statique

Le comparateur génère un signal directement compatible avec l'entrée de commande du relais statique.

$u_c(t)$  est la tension de commande du gradateur.

Déterminer la relation entre le rapport cyclique  $\alpha$  et la tension de commande  $u_c$  lorsque cette tension est comprise entre 0 et 10 V.

**C.1.3.** La tension de commande  $u_c(t)$  est construite de la façon suivante :

$$u_c(t) = K \cdot \varepsilon(t) \text{ et } \varepsilon(t) = u_e(t) - u_m(t) \text{ avec } K \text{ égal à } 20.$$

$u_e(t)$  étant la tension de consigne de l'asservissement et  $u_m(t)$  la tension de mesure fournie par le conditionneur du capteur de température.

*Note : On utilise dans la suite du problème le formalisme de Laplace.*

Proposer un schéma bloc de ce système avec  $U_c(p)$  comme entrée et  $\theta(p)$  comme sortie,  $\theta_a(p)$  apparaissant comme une entrée secondaire.

**C.1.4.** En prenant  $\theta_a = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $R_{th} = 0,212 \text{ }^\circ\text{C/W}$ , calculer la tension de consigne permettant d'avoir une température dans l'étuve égale à  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  en régime permanent.

Dans la suite du problème, cet asservissement de température est modélisé de la façon suivante (figure 6) :

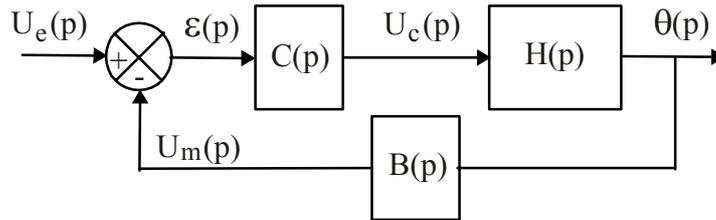


Figure 6 : schéma fonctionnel de l'asservissement de température

Les grandeurs correspondent aux transformées de Laplace des variations autour d'un point de fonctionnement. On a :

- $H(p) = \frac{H_0}{1 + \tau \cdot p}$  avec  $H_0 = 80 \text{ °C/V}$  et  $\tau = 200 \text{ s}$
- $B(p) = \beta \cdot e^{-T_r \cdot p}$  avec  $\beta = \frac{5}{200} \text{ V/°C}$  et  $T_r = 10 \text{ s}$ . Cette fonction de transfert correspond à celle d'un retard pur, de valeur  $T_r$ .

### C.2. premier réglage du correcteur : approximation du retard pur.

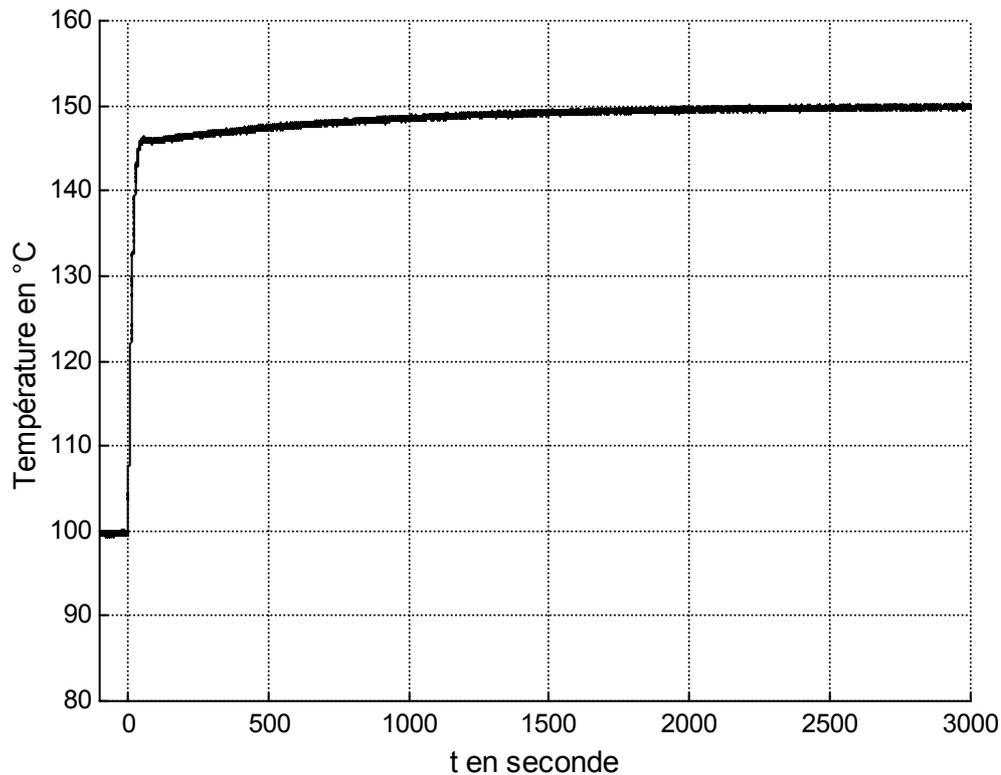
La fonction de transfert de la chaîne de retour est approximée de la façon suivante :

$$B(p) = \beta \cdot \frac{1 - \frac{T_r}{2} \cdot p}{1 + \frac{T_r}{2} \cdot p}$$

La fonction de transfert du correcteur est :  $C(p) = K_i \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$  avec  $T_i = 800 \text{ s}$ .

- C.2.1. Esquisser sur votre copie les diagrammes de Bode (gain et phase) de la fonction de transfert  $\bar{B}(j\omega)$ .
- C.2.2. Calculer la valeur de la pulsation pour laquelle la phase de  $\bar{B}(j\omega)$  est égale à  $-45^\circ$ .
- C.2.3. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $L(p)$ , égale à  $\frac{U_m(p)}{\varepsilon(p)}$ .
- C.2.4. Tracer les diagrammes de Bode (gain et phase) de  $\bar{L}(j\omega)$  sur le document réponse n°4 avec  $K_i$  égal à 1.
- C.2.5. Faire apparaître sur ce tracé la marge de phase, notée  $\varphi_m$ .
- C.2.6. En utilisant le résultat de la question C.2.2 et en utilisant le diagramme asymptotique du gain, calculer  $K_i$  pour avoir une marge de phase de l'ordre de  $45^\circ$ .

**C.2.7.** La température étant stabilisée à 100 °C, on applique un échelon d'amplitude 1,25 V. On obtient la réponse suivante :



Mesurer le temps de réponse à 5% et commenter le résultat obtenu.

### **C.3. Deuxième réglage du correcteur.**

La fonction de transfert du correcteur est :  $C(p) = K_i \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$ .

On considère pour les trois premières questions que  $B(p) = \beta$ .

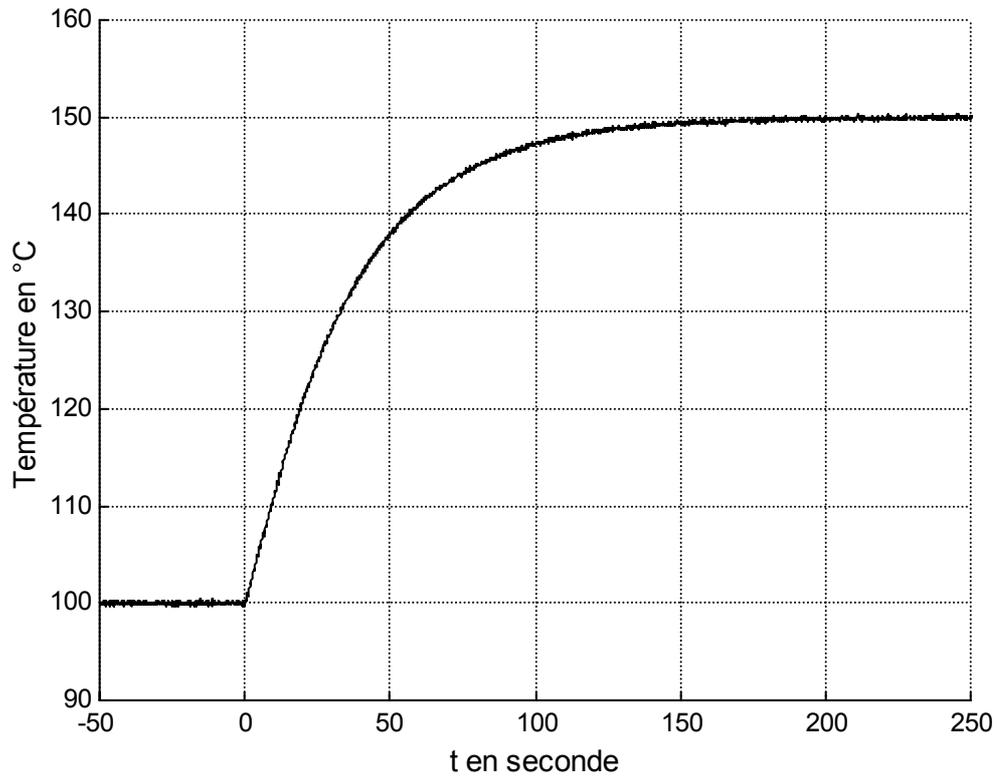
**C.3.1.** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $F(p) = \frac{\theta(p)}{U_e(p)}$ .

**C.3.2.** Déterminer la valeur de  $T_i$  permettant d'obtenir pour  $F(p)$  une fonction de transfert du premier ordre.

**C.3.3.** Calculer alors  $K_i$  pour avoir un temps de réponse à 5% égal à 100 s.

**C.3.4.** On considère maintenant  $B(p) = \beta \cdot e^{-T_r \cdot p}$ . Calculer la marge de phase.

C.3.5. La température étant stabilisée à 100 °C, on applique un échelon d'amplitude 1,25 V. On obtient la réponse suivante :



Mesurer le temps de réponse à 5% et commenter le résultat obtenu.

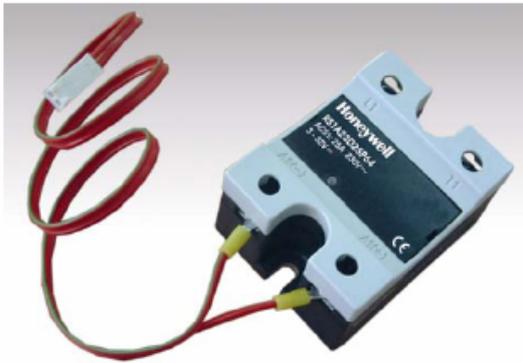
Quelle est la valeur de la température en régime permanent ? Expliquer la valeur obtenue.

## ANNEXE 1

**Honeywell****RS1A23D25P64**

## RELAIS STATIQUE 2KW MONOPHASE 230V

## SPECIFICATIONS TECHNIQUES



## GENERALITES

## Modèle

Relais statique	RS 1 A 23 D 25 P64
Nombre de pôles	1
Commutation	Trains d'ondes complètes
Tension nominale de fonctionnement	230V Ac
Tension de commande	4,5-32 Vdc
Calibre (A)	25

Le relais à commutation au zéro avec alternistor de sortie (25 A) est une solution économique pour des charge résistives. Le relais commute quand la courbe sinusoïdale passe par zéro et ouvre le circuit quand le courant passe par zéro. La LED indique l'état de la commande. Le capot clipsable assure une protection contre les touchés accidentels (IP20). Les bornes de sortie protégées acceptent des câbles jusqu'à 16 mm<sup>2</sup>

## SPECIFICATIONS

- Commutation au zéro de tension Vac
- Indication par LED
- Capot de protection clipsable IP 20
- Connecteur mâle 2-pôles avec câble de 0,4m raccordé sur les bornes d'entrée du relais
- Bornes auto-levantes
- Boîtier libre de toute résine de moulage
- Tolérances opérationnelles de 42 à 265Vaceff
- Tension non répétitive: 650 Vp
- Opto-isolation: > 4000 Vac eff

## CARACTERISTIQUES GENERALES

Tension de fonctionnement :	42 à 265 Vca <sub>eff</sub>
Tension crête non répétitive :	650 Vp
Tension d'amorçage :	≤ 15 V
Fréquence de fonctionnement :	45 à 65 Hz
Facteur de puissance :	≥ 0,95 @ 230 Vac <sub>eff</sub>
Marquage CE:	Oui

## Caractéristiques d'Entrée

Connecteur blanc :type Molex 2-pôles avec câble 0,4m	
Tension de commande	4,5-32 Vdc
Tension d'amorçage	≤ 4,25 Vdc
Tension inverse	≤ 32 Vdc
Tension de relâchement	≥ 2 Vdc
Courant d'entrée@ tension d'entrée max	≤ 12 mA
Temps de réponse à l'enclenchement	≤ 1/2 cycle
Temps de réponse à la retombée	≤ 1/2 cycle

## Caractéristiques de Sortie

Courant nominal en fonction AC51 @ Ta=25°C	25 A <sub>eff</sub>
Courant de fonctionnement minimum	150 mA
Courant de surcharge répétitif t=1 s	< 37 Aa <sub>Ceff</sub>
Surintensité non répétitive t=10 ms	230 Ap
Courant d'excitation à l'état bloqué @ tension et fréquence nominales	< 3 mA <sub>eff</sub>
I <sup>2</sup> t pour fusible t=1-10 ms	≤ 310 A2s
dV/dt critique	≥ 50 A/μs
Chute tension à l'état passant@ courant nominal	≤ 1,6 V <sub>eff</sub>
dV/dt critique à l'état bloqué	≥ 250 V/μs

**RS1A23D25 S81 RELAIS STATIQUE 2KW MONOPHASE 230V**

**CARACTERISTIQUES THERMIQUES**

Température de fonctionnement	-20° à 70°C
Température de stockage	-40° à 100°C
Température de jonction	≤ 125°C

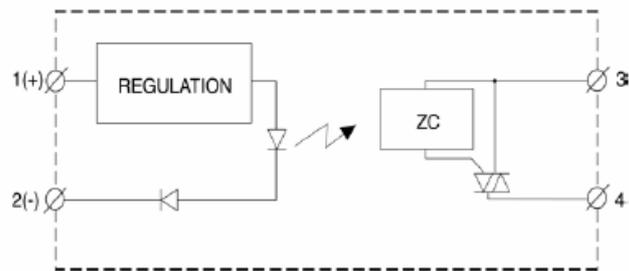
**CARACTERISTIQUES DU BOITIER**

Poids	Environ 60 g
Matériau du boîtier	Noryl GFN 1, noir
Embase	Aluminium
Résine d'encapsulation	Aucune
Relais Vis de montage	M5
Couple de serrage	1,5-2,0 Nm
Borne de commande	
Vis de borne	M3 x 9
Couple de serrage	0,5 Nm
Borne de puissance	
Vis de borne	M5 x 9
Couple de serrage	2,4 Nm

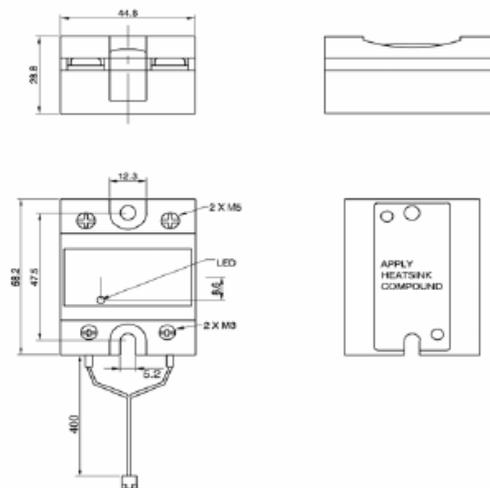
**ISOLATION**

Tension nominale d'isolement	≥ 4000 Vaceff
Entrée/sortie	
Tension nominale d'isolement	≥ 4000 Vaceff
Sortie/boîtier	

**DIAGRAMME ET CABLAGE**



**DIMENSIONS**



Honeywell Building Solutions  
 Avenue du Bourget 3  
 B-1140 BRUXELLES  
 Tél: (32) 2 728 27 11  
 Fax: (32) 2 728 25 14  
<http://www.honeywell.be>

Sujet à modifications sans préavis

**DIN EN ISO**  
 Site de fabrication certifié : 9001/14001